ΦΥΣΙΚΗ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΡΓΑΣΙΑ 3 –ΚΙΝΗΣΕΙΣ ($2^{ο}$ ΜΕΡΟΣ)

1. Σημειακό αντικείμενο βρίσκεται στο σημείο x_o=-3m και μετατοπίζεται στο σημείο x_1=5m. Οι θέσεις αυτές έχουν μετρηθεί στο σύστημα αναφοράς Ο. Ένα άλλο σύστημα αναφοράς Ο΄, έχει την αρχή του (το σημείο μηδέν) στο σημείο 2m του συστήματος Ο. Να βρεθούν :
α) Η αρχική και τελική θέση x_o' και x_1' αντίστοιχα του αντικειμένου στο σύστημα Ο΄.
β) Οι μετατοπίσεις του αντικειμένου Δx και Δx΄, στα δύο συστήματα αναφοράς.
Τι παρατηρείτε;

2. Σημειακό αντικείμενο βρίσκεται στη θέση x_1=-5m, μετά μετατοπίζεται στη θέση x_2=0, στη συνέχεια επιστρέφει στη θέση x_3=-1m και τέλος καταλήγει στη θέση x_4=2m. Να βρεθούν :
α) Η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης του σώματος (να σχεδιαστεί και το διάνυσμα).
β) Το διάστημα που διήνυσε το σώμα.

3. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου $|α|=4m/s^2$ και φορά προς τα αριστερά. Τη χρονική στιγμή t_o=0 το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $|υ_o|$=20m/s και φορά προς τα δεξιά. Να βρείτε :
α. Την ταχύτητα του σώματος τις χρονικές στιγμές t_1=4s, t_2=7s σε μέτρο και κατεύθυνση.
β. Τη μετατόπιση του σώματος για τα χρονικά διαστήματα από t_o=0 έως t_1=4s, από t_o=0 έως t_1=6s, από t_o=0 έως t_1=10s και από t_o=0 έως t_1=12s.
γ. Το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να επιστρέψει το σώμα στη θέση που ήταν την t_o=0.

4. Σώμα εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση και τη χρονική στιγμή t_o=0 έχει ταχύτητα μέτρου $|υ_o|$=10m/s και κατεύθυνση προς τα αριστερά. Αν είναι γνωστό ότι τη χρονική στιγμή t_1=6s το σώμα βρίσκεται d=30m δεξιά από εκεί που ήταν τη χρονική στιγμή t_o=0, να βρεθούν :
α. Η επιτάχυνση του σώματος σε μέτρο και κατεύθυνση.
β. Η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή t_1=6s σε μέτρο και κατεύθυνση.

5. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου $|α|=5m/s^2$ και φορά προς τα αριστερά. Αν τη χρονική στιγμή t_o=0, το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $|υ_o|$=30m/s και φορά προς τα δεξιά, να βρεθούν :
α. Οι χρονικές στιγμές που το σώμα βρίσκεται απόσταση d=80m δεξιά από εκεί που ήταν τη χρονική στιγμή t_o=0.
β. Η ταχύτητα του σώματος τις στιγμές του προηγούμενου ερωτήματος σε μέτρο και κατεύθυνση. Τι παρατηρείτε;

6. Σώμα εκτοξεύεται απ' το έδαφος προς τα πάνω με ταχύτητα $υ_o$. Αν τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται σε ύψος h=75m απ' το έδαφος κατεβαίνοντας, έχει ταχύτητα μέτρου $|υ|$=10m/s, να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας $υ_o$. Δίνεται ότι το σώμα κινείται με την επιτάχυνση της βαρύτητας η οποία έχει μέτρο $|α|=|g|=10m/s^2$ και φορά προς τα κάτω.

7. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου $|υ|$=8m/s με κατεύθυνση προς τα αριστερά. Αν τη χρονική στιγμή t_o=2s το σώμα βρίσκεται στη θέση x_o=+10m, να βρεθεί η εξίσωση θέσης-χρόνου για την κίνηση του σώματος αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα δεξιά.

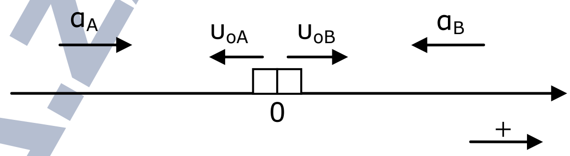
8. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου $|\alpha|=4m/s^2$ και φοράς προς τα δεξιά. Αν τη χρονική στιγμή $t_o=0$ το σώμα έχει ταχύτητα μέτρου $|\upsilon_o|=8m/s$ με φορά προς τα δεξιά και βρίσκεται στη θέση $x_o=-5m$, να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου για την κίνηση του σώματος.

9. Σώμα τη χρονική στιγμή $t_o=0$ βρίσκεται στη θέση $x_o=-5m$ και έχει ταχύτητα αλγεβρικής τιμής $\upsilon_o=-10m/s$. Το σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση αλγεβρικής τιμής $\alpha=+4m/s^2$. Να γράψετε τις εξισώσεις θέσης-χρόνου και ταχύτητας-χρόνου για την κίνηση του σώματος και με βάση αυτές να βρείτε τη θέση και την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=3s$.

10. Σώμα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση με επιτάχυνση μέτρου $|\alpha|=6m/s^2$ και φοράς προς τα δεξιά. Το σώμα τη χρονική στιγμή $t_o=0$ έχει ταχύτητα μέτρου $|\upsilon|=10m/s$ και φοράς προς τα δεξιά και βρίσκεται στο σημείο Α, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1=4s$ βρίσκεται στο σημείο Β. Αν θεωρήσουμε θετική φορά προς τα δεξιά :
α. Να βρείτε την απόσταση d=(AB) και την ταχύτητα του σώματος όταν διέρχεται απ' το σημείο Β.
β. Να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας-χρόνου και θέσης-χρόνου για την κίνηση του σώματος αν θεωρήσουμε 0 του άξονα το σημείο Α.
γ. Να κάνετε το ίδιο με το προηγούμενο ερώτημα αν θεωρήσουμε 0 το σημείο Β.

11. Σώμα Α τη χρονική στιγμή $t_o=0$ βρίσκεται στο σημείο $x_o=0$ και κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $|\upsilon|=18m/s$ με φορά προς τα δεξιά. Σώμα Β τη χρονική στιγμή $t_o=0$ βρίσκεται επίσης στο σημείο $x_o=0$, έχει ταχύτητα μέτρου $|\upsilon_o|=20m/s$ με φορά προς τα δεξιά και κινείται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $|\alpha|=2m/s^2$ με φορά προς τα αριστερά. Να βρείτε τη στιγμή και το σημείο που θα ξανασυναντηθούν τα δύο σώματα.

12. Δύο σώματα Α και Β βρίσκονται τη χρονική στιγμή $t_o=0$ στο σημείο $x_o=0$ και έχουν ταχύτητες αντίστοιχα μέτρου $|\upsilon_{oA}|=28m/s$ και $|\upsilon_{oB}|=20m/s$ με φορά η υ_{oA} προς τα αριστερά και η υ_{oB} προς τα δεξιά, όπως φαίνεται και στο παρακάτω σχήμα:

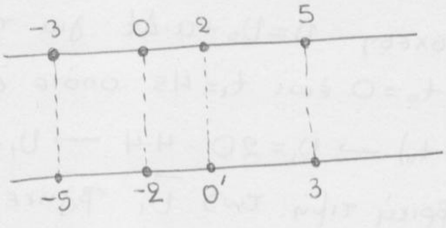


Το όχημα Α έχει σταθερή επιτάχυνση μέτρου $|\alpha_A|=4m/s^2$ και φοράς προς τα δεξιά και το όχημα Β έχει επίσης σταθερή επιτάχυνση μέτρου $|\alpha_B|=4m/s^2$ και φοράς προς τα αριστερά όπως επίσης φαίνεται στο σχήμα.
α. Να βρείτε τις αλγεβρικές τιμές των διανυσμάτων υ_{oA}, υ_{oB}, α_A και α_B ως προς το σύστημα αναφοράς του σχήματος (δηλαδή x=0 είναι η θέση των σωμάτων τη στιγμή t=0 και θετική φορά προς τα δεξιά).
β. Να βρείτε τις εξισώσεις θέσης-χρόνου για τα δύο σώματα ως προς το σύστημα αναφοράς του σχήματος.
γ. Να εξετάσετε αν τα δύο σώματα θα συναντηθούν και αν συναντηθούν να βρείτε τη χρονική στιγμή και τη θέση της συνάντησης.

ΕΡΓΑΣΙΑ 3

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1



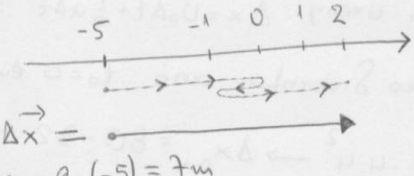
α) Απ' το σχήμα φαίνεται ότι $x_0' = -5\,m$ και $x_1' = 3\,m$.

β) $\Delta x = x_1 - x_0 = 5-(-3) = 8\,m$.

$\Delta x' = x_1' - x_0' = 3-(-5) = 8\,m$.

Παρατηρούμε ότι $\Delta x = \Delta x'$ δηλαδή η μετατόπιση είναι ανεξάρτητη του συστήματος αναφοράς.

Άσκηση 2

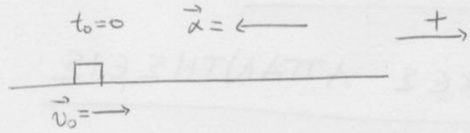


α) $\Delta x = x_4 - x_1 = 2-(-5) = 7\,m$

β) $S = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |x_2 - x_1| + |x_3 - x_2| + |x_4 - x_3| =$

$= 5 + 1 + 3 = 9\,m$

Άσκηση 3



Θεωρώ θετική φορά προς τα δεξιά. Έτσι η αλγεβρική τιμή των $\vec{a}$, $\vec{v}_0$ είναι $a=-4\,m/s^2$ και $v_0 = 20\,m/s$.

α) Εφαρμόζω τη σχέση $v = v_0 + a\cdot\Delta t$ για το χρονικό διάστημα από $t_0=0$ έως $t_1 = 4s$ οπότε έχω:

$v_1 = v_0 + a(t_1 - t_0) \longrightarrow v_1 = 20 - 4\cdot 4 \longrightarrow v_1 = 4\,m/s$

αφού η αλγεβρική τιμή της $\vec{v}_1$ βγήκε θετική, το σώμα εκείνη τη στιγμή κινείται προς τα δεξιά δηλαδή $\vec{v}_1 = \longrightarrow$.

Ομοίως εφαρμόζω τη σχέση $v = v_0 + a\cdot\Delta t$ για το χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t_2 = 7s$ (θα μπορούσα και από $t_1 = 4s$ έως $t_2 = 7s$, δοκιμάστε το).

Έχουμε $v_2 = v_0 + a(t_2 - t_0) \longrightarrow v_2 = 20 - 4\cdot 7 \rightarrow v_2 = -8\,m/s$

άρα εκείνη τη στιγμή ($t_2 = 7s$) το σώμα κινείται προς τα αριστερά και $\vec{v}_2 = \longleftarrow$.

β) Εφαρμόζω τη σχέση $\Delta x = v_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2$:

- για το χρονικό διάστημα από $t_0=0$ έως $t_1 = 4s$ έχουμε:

$\Delta x_{0-4} = 20\cdot 4 - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4^2 \longrightarrow \Delta x_{0-4} = 80 - 32 \longrightarrow \Delta x_{0-4} = 48\,m$

- για το χρονικό διάστημα από $t_0 = 0$ έως $t_2 = 6s$ έχουμε:

$\Delta x_{0-6} = 20\cdot 6 - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot 6^2 \longrightarrow \Delta x_{0-6} = 120 - 72 \longrightarrow \Delta x_{0-6} = 48\,m$

Πως εξηγείται το γεγονός ότι $\Delta x_{0-4} = \Delta x_{0-6}$;

Προφανώς τις στιγμές $t_1 = 4s$ και $t_2 = 6s$ το σώμα βρίσκεται στο ίδιο σημείο τη μια στιγμή κινούμενο δεξιά και την άλλη κινούμενο αριστερά.

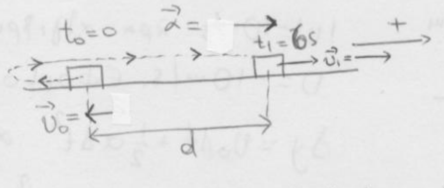
- για το χρονικό διάστημα από $t_0=0$ έως $t_3=10s$
έχουμε $\Delta x_{0-10}=20\cdot 10-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 10^2 \rightarrow \Delta x_{0-10}=200-200=0$
Πως γίνεται; Προφανώς τη στιγμή $t_3=10s$ το σώμα βρίσκεται στη θέση που ήταν την $t_0=0$.

- για το χρονικό διάστημα από $t_0=0$ έως $t_4=12s$
είναι $\Delta x_{0-12}=20\cdot 12-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 12^2=240-288=-48m$.
Τι σημαίνει ότι το Δx_{0-12} είναι αρνητικό;
Σημαίνει ότι τη στιγμή $t_4=12s$ το σώμα είναι πιο αριστερά από 'κει που ήταν την $t_0=0$ άρα το $\vec{\Delta x}_{0-12}=\longleftarrow$.

δ) Αν και το έχουμε βρει στο προηγούμενο ερώτημα, θα το απαντήσουμε σαν να ήταν το πρώτο ερώτημα. Θέτουμε στη σχέση $\Delta x=v_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2$, $\Delta x=0$ και έχουμε $20\cdot(t-0)-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot(t-0)^2=0 \rightarrow 2t^2-20t=0$

$\rightarrow t^2-10t=0 \rightarrow t(t-10)=0$ $\rightarrow$ $t=0$ απορ.
$\rightarrow$ $t=10s$ δεκτή.

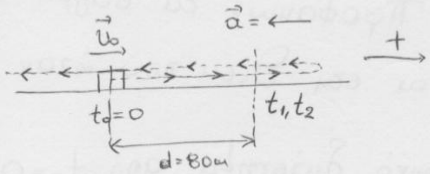
Άσκηση 4



α. Η μετατόπιση από $t_0=0$ έως $t_1=6s$ είναι $\Delta x=+30m$.
Άρα εφαρμόζω τη σχέση $\Delta x=v_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2$ για αυτό το χρονικό διάστημα και έχω $30=-10\cdot 6+\frac{1}{2}a\cdot 6^2 \rightarrow$
$30=-60+18a \rightarrow 18a=+90 \rightarrow a=+\frac{90}{18} \rightarrow a=5\ m/s^2$

β. $\upsilon_1=\upsilon_0+a\cdot\Delta t=-10+5\cdot 6 \rightarrow \upsilon_1=+20\ m/s$

Άσκηση 5



α. Στο χρονικό διάστημα από $t_0=0$ έως t_1 και από $t_0=0$ έως t_2 η μετατόπιση είναι $\Delta x=80m$. Άρα είναι:

$\Delta x=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2 \rightarrow 80=30t_{1,2}-\frac{1}{2}\cdot 5\cdot t_{1,2}^2 \rightarrow 160=60t_{1,2}-5t_{1,2}^2 \rightarrow$

$5t_{1,2}^2-60t_{1,2}+160=0 \rightarrow t_{1,2}^2-12t_{1,2}+32=0$

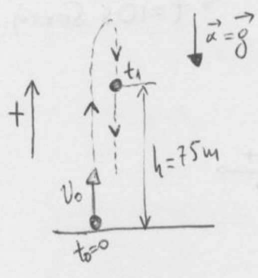
$\Delta=144-128=16$ άρα $t_{1,2}=\frac{12\pm 4}{2}$ → $t_2=8s$, $t_1=4s$

β. $\upsilon_1=\upsilon_0+a\cdot t_1 \rightarrow \upsilon_1=30-5\cdot 4 \rightarrow \upsilon_1=+10m/s.$

$\upsilon_2=\upsilon_0+a\cdot t_2 \rightarrow \upsilon_2=30-5\cdot 8 \rightarrow \upsilon_2=-10m/s.$

Παρατηρούμε ότι το σώμα διέρχεται απ' το σημείο κινούμενο προς τα δεξιά και προς τα αριστερά, με ταχύτητα ίδιου μέτρου.

Άσκηση 6



Έστω t_1 η στιγμή που το σώμα κατεβαίνοντας έχει ταχύτητα μέτρου $|\upsilon|=10m/s$ άρα αλγεβρικής τιμής $\upsilon=-10m/s$. Εφαρμόζω τη σχέση $\Delta y=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2$ από t_0 έως t_1 και έχω $75=\upsilon_0 t_1-\frac{1}{2}\cdot 10\cdot t_1^2 \rightarrow 5t_1^2-\upsilon_0 t_1+75=0$ (1)

Εφαρμόζω τη σχέση $\upsilon=\upsilon_0+a\cdot\Delta t$ για το ίδιο χρονικό διάστημα και έχω $-10=\upsilon_0-10t_1 \rightarrow \upsilon_0=10t_1-10$ (2).

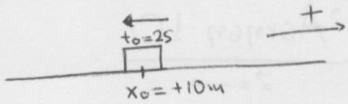
Αντικαθιστώ τη (2) στην (1) και έχω $5t_1^2-t_1(10t_1-10)+75=0$

$\rightarrow 5t_1^2-10t_1^2+10t_1+75=0 \rightarrow -5t_1^2+10t_1+75=0 \rightarrow t_1^2-2t_1-15=0$

$\Delta = 4 + 60 = 64$, $t_1 = \frac{2 \pm 8}{2}$ $\nearrow$ 5s δεκτή, $\searrow$ -3s απορ.

Άρα από τη (2) για $t_1 = 5s$ έχουμε $v_0 = 40 m/s$.

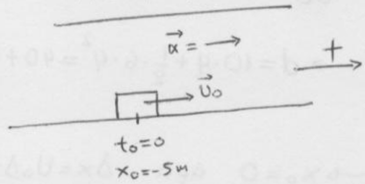
Άσκηση 7



$\Delta x = v \cdot \Delta t \longrightarrow x - x_0 = v \cdot (t - t_0) \longrightarrow x - 10 = -8(t-2) \longrightarrow$

$x - 10 = -8t + 16 \longrightarrow \boxed{x = -8t + 26 \ (SI)}$

Άσκηση 8



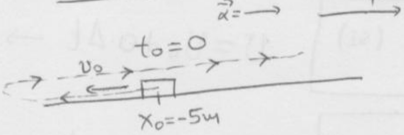
$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \longrightarrow x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2 \longrightarrow$

$x - (-5) = 8t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 \longrightarrow x + 5 = 8t + 2t^2 \longrightarrow$

$\boxed{x = 2t^2 + 8t - 5 \ (SI)}$

$v = v_0 + a \cdot \Delta t \longrightarrow v = v_0 + a(t - t_0) \longrightarrow \boxed{v = 8 + 4t \ (SI)}$

Άσκηση 9



$\Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 \longrightarrow x - x_0 = v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2 \longrightarrow$

$x + 5 = -10t + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot t^2 \longrightarrow \boxed{x(t) = 2t^2 - 10t - 5 \ (SI)}$

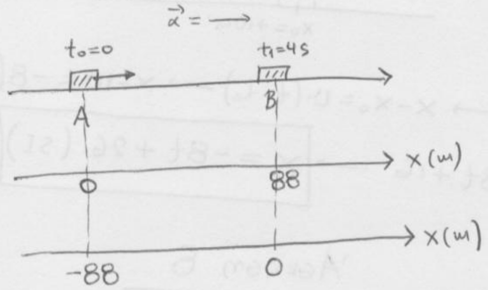
$v = v_0 + a \cdot \Delta t \longrightarrow v(t) = -10 + 4t \longrightarrow \boxed{v(t) = 4t - 10 \ (SI)}$

Άρα τη χρονική στιγμή $t_1=3s$ είναι

$x(3)=2\cdot3^2-10\cdot3-5=18-30-5=-17m$

$\upsilon(3)=4\cdot3-10=2\ m/s$

Άσκηση 10



α. $\Delta x=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2 \longrightarrow d=10\cdot4+\frac{1}{2}\cdot6\cdot4^2=40+48 \longrightarrow \boxed{d=88m}$

β. Είναι για $t_0=0 \to x_0=0$ άρα $\Delta x=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2 \longrightarrow$

$x-x_0=\upsilon_0(t-t_0)+\frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \longrightarrow x=10t+\frac{1}{2}\cdot6\cdot t^2 \longrightarrow$

$\boxed{x=3t^2+10t}$ (SI) $\upsilon=\upsilon_0+a\cdot\Delta t \longrightarrow \upsilon=\upsilon_0+a(t-t_0) \longrightarrow$

$\boxed{\upsilon=10+6t \text{ (SI)}}$

γ. Είναι για $t_0=0 \to x_0=-88m$ άρα $\Delta x=\upsilon_0\Delta t+\frac{1}{2}a\Delta t^2 \longrightarrow$

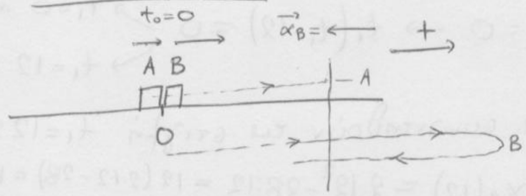
$x-x_0=\upsilon_0(t-t_0)+\frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \longrightarrow x+88=10t+3t^2 \longrightarrow$

$\boxed{x=3t^2+10t-88 \text{ (SI)}}$ $\upsilon=\upsilon_0+a\cdot\Delta t \to \upsilon=\upsilon_0+a(t-t_0)$

$\longrightarrow \boxed{\upsilon=10+6t \text{ (SI)}}$

Παρατηρούμε ότι αν αλλάξουμε το σύστημα αναφοράς αλλάζει η εξίσωση της θέσης αλλά όχι η εξίσωση της ταχύτητας αφού το ένα σύστημα είναι ακίνητο ως προς το άλλο.

Άσκηση 11.



Βρίσκουμε πρώτα την εξίσωση της θέσης για το κάθε σώμα. Για το Α είναι $\Delta x = \upsilon\cdot\Delta t \longrightarrow x_A - x_0 = \upsilon(t-t_0) \longrightarrow$

$x_A = 18t$ (SI). Για το Β είναι $\Delta x = \upsilon_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \longrightarrow$

$x_B - x_0 = \upsilon_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \longrightarrow x_B = 20t - \frac{1}{2}\cdot 2\cdot t^2 \longrightarrow$

$x_B = -t^2 + 20t$ (SI). Έστω ότι η συνάντηση γίνεται τη στιγμή t_1. Συνάντηση σημαίνει ότι τα σώματα εκείνη τη στιγμή είναι στην ίδια θέση άρα πρέπει

$x_A(t_1) = x_B(t_1) \longrightarrow 18t_1 = -t_1^2 + 20t_1 \longrightarrow$

$t_1^2 - 20t_1 + 18t_1 = 0 \longrightarrow t_1^2 - 2t_1 = 0 \longrightarrow t_1(t_1-2) = 0$

$\nearrow t_1 = 0$ απορ.

$\searrow t_1 = 2\,s$ δεκτή.

Άσκηση 12

α. $\upsilon_{0A} = -28\,m/s$, $\upsilon_{0B} = 20\,m/s$, $a_A = 4\,m/s^2$, $a_B = -4\,m/s^2$.

β. Για το Α: $\Delta x = \upsilon_0\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2 \longrightarrow x_A - x_0 = \upsilon_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \longrightarrow$

$x_A = -28t + \frac{1}{2}\cdot 4\cdot t^2 \longrightarrow x_A(t) = 2t^2 - 28t$ (SI)

Για το Β: $x_B - x_0 = \upsilon_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \longrightarrow x_B = 20t - \frac{1}{2}\cdot 4\cdot t^2$

$\longrightarrow x_B(t) = -2t^2 + 20t$ (SI).

γ. Αν t_1 η στιγμή της συνάντησης είναι $x_A(t_1) = x_B(t_1)$ άρα

8

$$2t_1^2 - 28t_1 = -2t_1^2 + 20t_1 \longrightarrow 4t_1^2 - 48t_1 = 0 \longrightarrow$$

$$t_1^2 - 12t_1 = 0 \longrightarrow t_1(t_1 - 12) = 0 \begin{cases} t_1 = 0 \text{ απορ.} \\ t_1 = 12\ s \end{cases}$$

Άρα θα συναντηθούν τη στιγμή $t_1 = 12s$ στη θέση

$$x_A(12) = x_B(12) = 2 \cdot 12^2 - 28 \cdot 12 = 12(2 \cdot 12 - 28) = 12 \cdot (-4) = -48\,m.$$